Программы поддержки инженерных расчетов

Введение

Лекция 1

преподаватель кафедры ТМСИ

Губин Максим Владимирович

Актуальность

Успешность предприятия зависит **от способности накапливать и перерабатывать информацию,** без автоматизации уже **невозможно производить современную сложную технику,** требующую высокой точности.

Во всем мире происходит **резкий рост компьютеризации** на производстве и в быту.

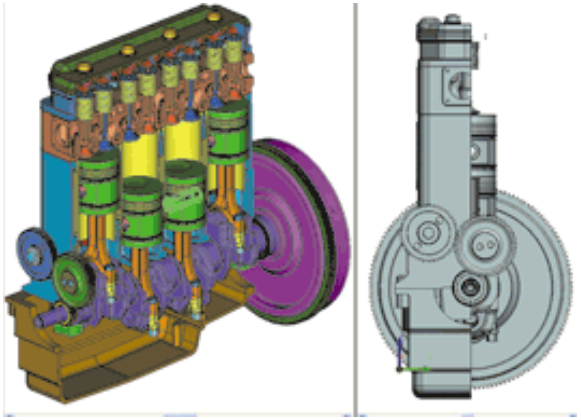
Внедрение компьютерных и телекоммуникационных технологий повышает эффективность и производительность труда.

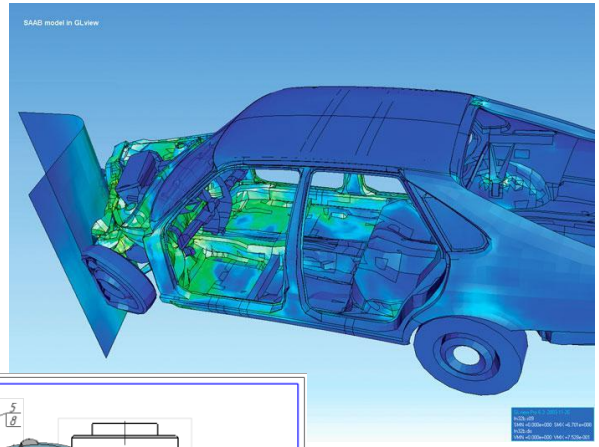
Отставание в области высоких технологий неизбежно приведет к превращению страны в сырьевой придаток.

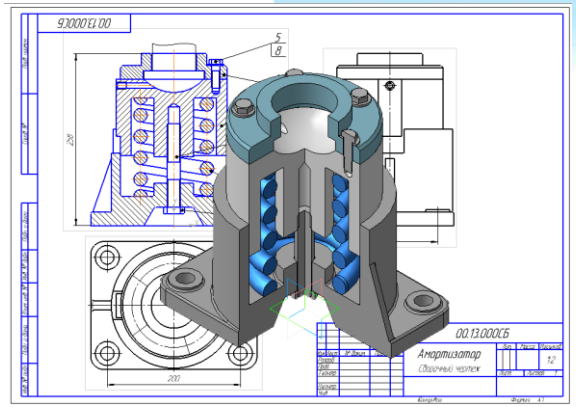
Единое Информационное Пространство

Единый информационный комплекс предприятия ,включая САПР позволяет:

- производить современную сложную технику;
- сократить в 1,5-2 раза цикл создания изделия (от проектирования до выпуска);
- снизить материалоемкость изделия на 20-25%;
- уменьшить затраты на производство на 15-20%;
- повысить качество изделия и конкурентоспособность предприятия;
- и т.д.







Роль вычислительных экспериментов

- Экстремальные условия работы современных конструкций
- Сложность форм и большие габариты конструкций
- Невозможность натурного или полунатурного эксперимента

Dagger 293, Германия, самый большой роторный экскаватор в мире, копает бурый уголь в открытом карьере, **производительность в сутки 240 тысяч кубических метров породы**, чтобы вывезти нужно 4000 камазов, 2400 вагонов поезда.

Длина 225 метров, высота 100 метров, **весит 14000 тонн**, управляется командой 5 человек, круг с ковшами 21 метр, каждый ковш набирает 15 куб метров породы.

Модель

Модель – отображение объективной реальности, может иметь разную природу, структуру и форму представления.

Модели прочности элементов конструкций содержат параметры: **геометрия, материал, внешние воздействия** и прочее.

Надежность – свойство изделия выполнять свои функции в заданных пределах в течении требуемого промежутка времени.

Основной мерой надежности является вероятность безотказной работы изделия.

Прочностная надежность – отсутствие отказов, связанных с разрушением или недопустимыми деформациями, которые могут привести к предельному состоянию.

Оценка прочностной надежности

Запас прочности $$n \geq \frac{p_{кр}}{p_{\max}}$$

$p_{кр}$ – критическое значение параметра работоспособности изделия,

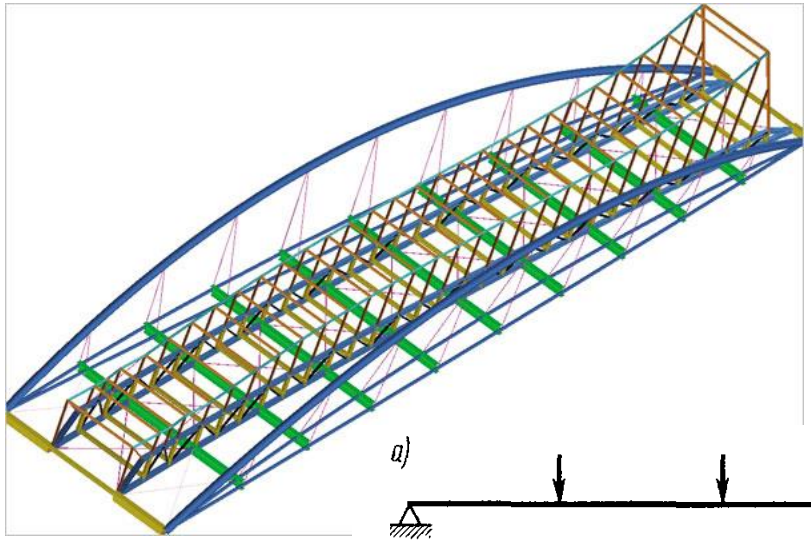
p_{max}– наибольшее значение параметра работоспособности изделия.

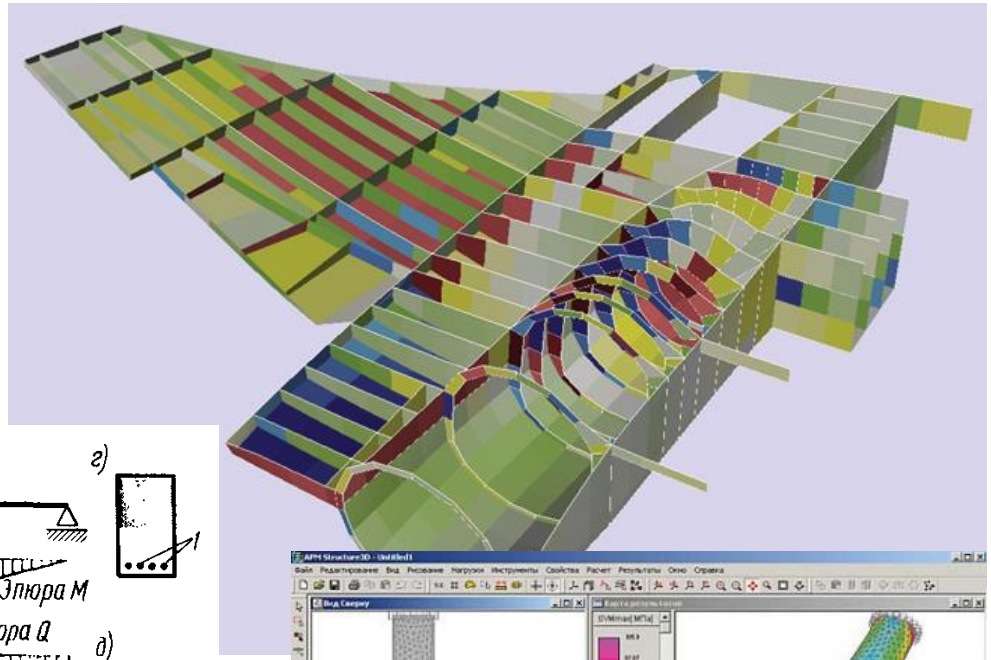
Обычное значение запаса прочности 1… 3, при знакопеременных нагрузках до 5.

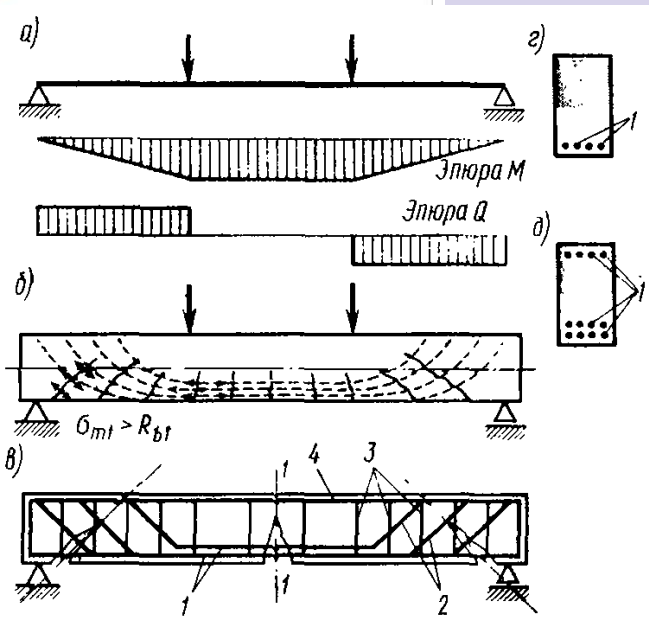
Используется в моделях: материала, формы конструкции, нагружения (условия нагружения), предельного состояния (нарушения прочности).

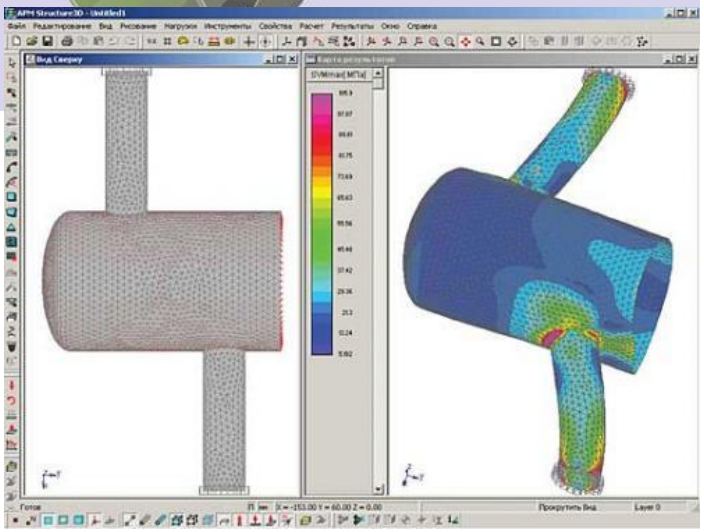
Цель расчета – определение запаса прочности.

Напряженно-деформированное состояние









Оболочки с ребрами жесткости и сложными температурными условиями эксплуатации

Расчеты НДС

Расчеты таких состояний делятся:

Аналитические методы, которые базируются на математических методах решения краевых задач, методы ограничены, как правило, простыми геометрическими формами.

Численные методы:

- Метод конечных разностей,
- Метод граничных интегральных уравнений,
- Метод граничных элементов,
- **Метод конечных элементов**.

Расчетная схема

РС **включает** в себя:

- Геометрия конструкции;
- Действующие нагрузки (механические, температурные);
- Модели материалов.

При создании РС **стремятся к упрощению** её элементов. Это снижает точность расчетов.

В ходе расчета **определяются напряжения и деформации**.

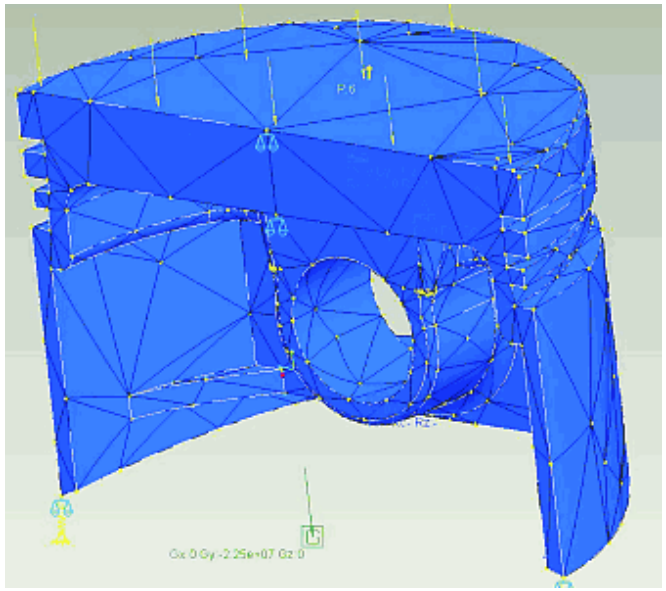
Анализ полученных результатов.

В ходе анализа выбираются опасные сечения и дальнейшее проектирование ведется по этим сечениям.

Элементы РС

Простые элементы, хорошо решаются аналитическими методами (теория упругости и пластичности)

Элементы со сложной геометрией конструкции, рассчитываются численными методами (МКЭ)



Физическая модель

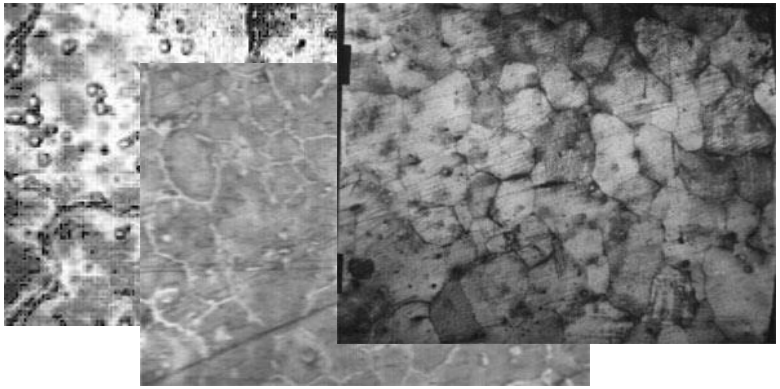
Идеализация свойств конструкции.

Реальная конструкция может иметь:

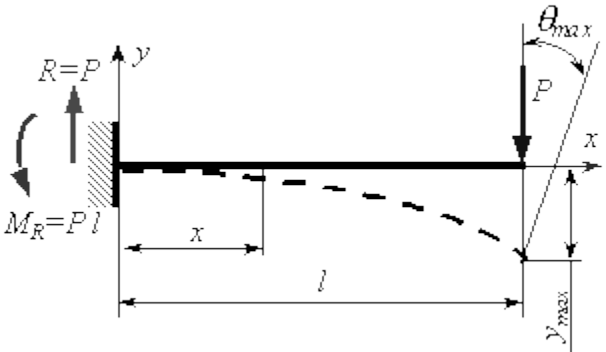
- несовершенство формы;
- неоднородность и несплошность материала;
- неравномерность нагрузок.

Материальная точка – точка имеющая массу, не имеющая размера. Можно описывать движения планет.

Твердое тело нужно представлять не как совокупность материальных точек (атомов как материальных точек), а как некоторая среда, имеющая некоторые характеристики однородности. Например, структура металла под микроскопом.



Сосредоточенная сила

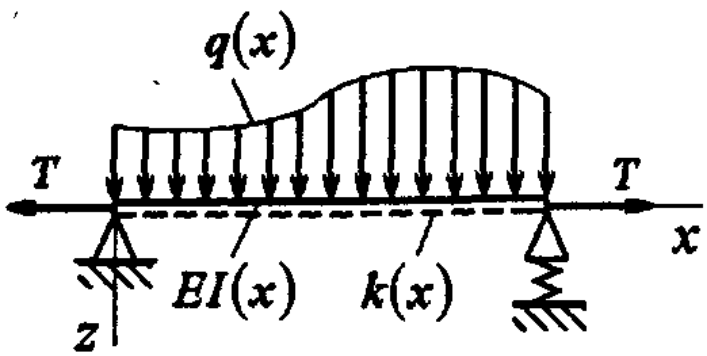


Математическая модель

- Математическая модель имеет **описание входных, выходных данных** и оператор перехода от первых ко вторым.
- Часто приходится в поведение модели **вводить упрощение некоторых свойств**.
- Часто бывает: для одной физической модели **существует несколько математических моделей**.

Метод исследования ММ

$$[EI(x)\omega''(x)]'' - T\omega''(x) + k(x)\omega(x) = q(x)$$



$EI(x)$ – изгибная жесткость балки,
$k(x)$ – переменная жесткость,
$q(x)$ – поперечная нагрузка,
T – осевые силы.

Исследовать данную модель можно несколькими **методами**: обобщенный метод начальных параметров, метод Ритца, метод сеток, метод локаций, **метод конечных элементов** и прочее.

Выбор метода может сказаться **на устойчивости алгоритма**, например, чувствительности результата решения к неизбежным числовым погрешностям.

Элементы матричной алгебры

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$a_{n,1}x_1 + a_{n,2}x_2 + a_{n,3}x_3 + \ldots + a_{n,n}x_n = b_n$$

$$\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

$$\mathbf{A} = \left[a_{ij}\right] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \ldots & a_{n,n} \end{bmatrix}; \mathbf{x} = \left\{x_i\right\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{Bmatrix}; \mathbf{b} = \left\{b_i\right\} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{Bmatrix}.$$

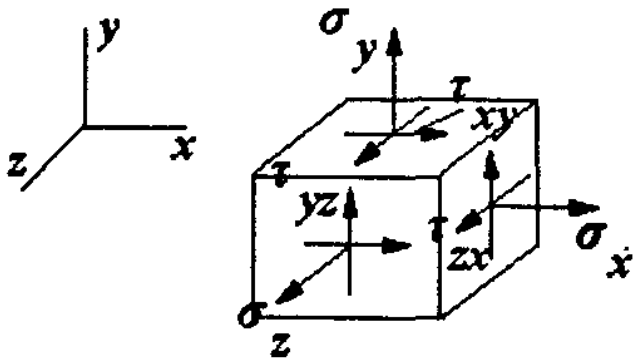
А – квадратная матрица размеров $n \times n$,
x и b – векторы размерностью n.

Матричная форма записи основных соотношений теории упругости

В результате воздействия на тело внешних нагрузок и/или температуры его точки могут перемещаться. Для трехмерной задачи можно записать:

$$\{u\} = \{u_x, u_y, u_z\}$$

u_x, u_y, u_z - проекции вектора перемещений на координатные оси *x, y, z.*



Разность перемещений двух соседних точек вызывает деформации в материале и связанные с ними напряжения:

$$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx} - \text{напрядения;}$$

$$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx} - \text{деформации.}$$

Элементы матричной алгебры

Соотношения между напряжениями и деформациями

Для изотропных материалов

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & 0 \\ -\nu/E & 1/E & 0 \\ 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{Bmatrix}$$

или

$$\{\varepsilon\} = [E]^{-1}\{\sigma\} + \{\varepsilon_0\}$$

ε_0 – начальные деформации, E – модуль упругости,
ν – коэффициент Пуассона, G – модуль сдвига

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Соотношения между напряжениями и деформациями

- Решая предыдущее уравнение относительно напряжений

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_z \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{Bmatrix} \right)$$

или

$$\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\} + \{\sigma_0\}, \ \textit{где} \ \{\sigma_0\} = -[E]\{\varepsilon_0\}$$

- Приведенные формулы справедливы для случая плоского напряженного состояния.

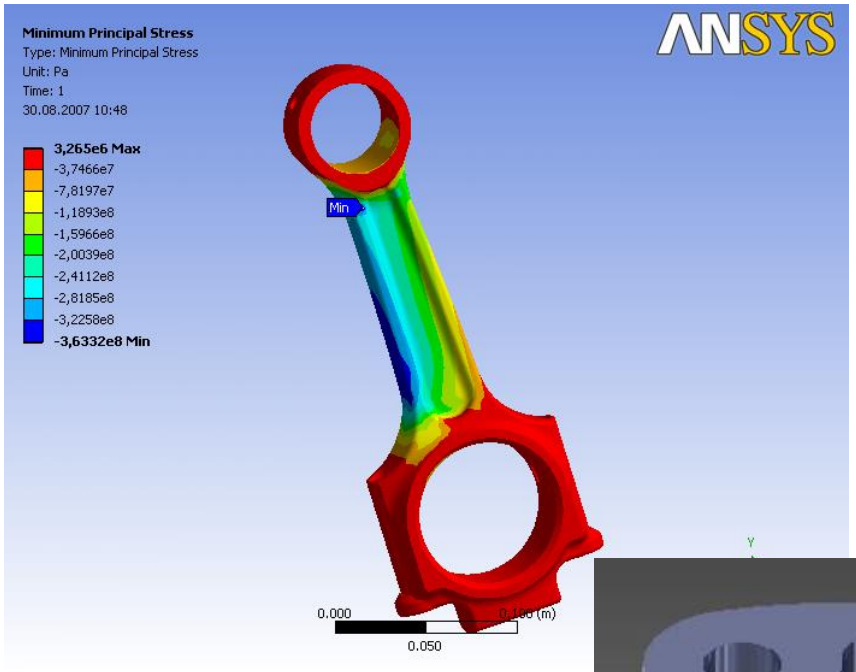
Деформации при изменении температуры

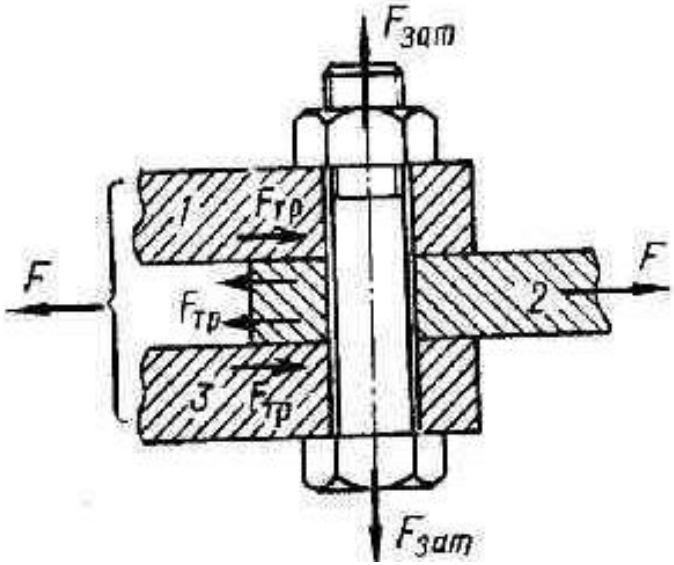
- Если температурные деформации не стеснены, то при изменении температуры не возникают упругие напряжения.

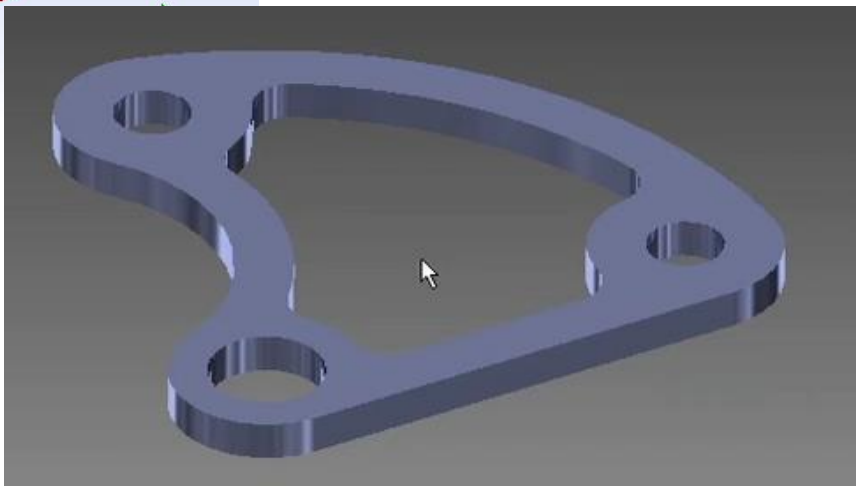
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha\Delta T \\ \alpha\Delta T \\ 0 \end{Bmatrix}$$

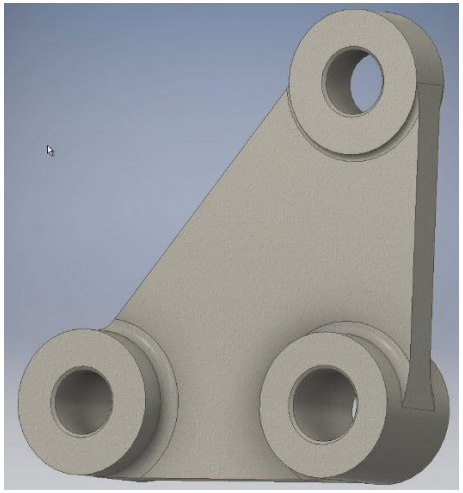
- α – коэффициент температурного расширения,
- ΔT – изменение температуры.

Анализ полученных результатов









Эти изделия по-разному работают в условиях появления зазоров

Области применения МКЭ

- **Механика** (механика прочности: самолеты, автомобили, суда, стальные конструкции, строительная механика: железобетонные конструкции, механика горных пород, тектонические движения, гидромеханика: течение жидкостей, газовая механика, газодинамика плазмы);
- Распространение тепла и изменение свойств материалов;
- Изучения композитных материалов и новых материалов;
- Электромагнитные поля;
- Биомеханика и прочее …

Достоинства МКЭ

1. Исследуемые объекты могут иметь любую форму и физическую природу
2. Исследовать однородные и неоднородные, изотропные и анизотропные объекты с линейными и нелинейными свойствами
3. Решать стационарные и нестационарные задачи
4. Решать контактные задачи и моделировать любые граничные условия
5. На одной сетке конечных элементов решать задачи различной физической природы
6. Использовать иерархические декомпозиции сложных систем